Prof. Dr. Alfred Toth

Erzeugung trajektischer Relationen durch bifunktorielle Verschränkung

1. Bifunktoren werden wie folgt definiert (Pareigis 1969, S. 35)

Lemma 1. *Seien* $\mathcal{F}_B : \mathcal{A} \to \mathcal{C}$ *und* $\mathcal{G}_A : \mathcal{B} \to \mathcal{C}$ *Funktoren für alle* $A \in \mathcal{A}$ *und* $B \in \mathcal{B}$. *Wenn für alle* $A, A' \in \mathcal{A}$, $B, B' \in \mathcal{B}$ *und alle Morphismen* $f: A \to A'$, $g: B \to B'$ *gilt*

$$\mathcal{F}_B(A) = \mathcal{G}_A(B) \quad \text{und} \quad \mathcal{F}_{B'}(f)\mathcal{G}_A(g) = \mathcal{G}_{A'}(g)\mathcal{F}_B(f),$$

dann existiert genau ein Bifunktor $\mathcal{H} : \mathcal{A} \times \mathcal{B} \to \mathcal{C}$ mit $\mathcal{H}(A,B) = \mathcal{G}_A(B)$ *und* $\mathcal{H}(f,g) = \mathcal{F}_B(f)\mathcal{G}_A(g)$.

Gegeben sei ein Paar dyadischer Relationen (a.b, c.d), dann erfolgt die Komposition der Morphismen komponentenweise:

(a.b) (c.d) = (a.c), (b.d).

Bei triadischen Relationen verfahren wir entsprechend der Konkatenation triadischer Relationen aus Dyaden (vgl. Walther 1979, S. 79)

	(a.b)	(c.d)
	(c.d)	(e.f)
=	(a.c), (b.d)	(c.e), (d.f)

Beispiel: Sei a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = f

	(1.2)	(3.4)
	(3.4)	(5.6)
=	(1.3), (2.4)	(3.5), (4.6)

2. Bifunktorielle Komposition ist eine Form von Verschränkung (vgl. Toth 2025a), d.h. morphismische und heteromorphismische Abbildungen werden aufeinander abgebildet, so daß keine antizipativen Transformationen über die Trajektionsgrenze hinweg erforderlich sind (vgl. Toth 2025b). Die ersten drei Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die zugleich die erste Trichotomische Triade bilden, präsentieren sich folgendermaßen als bifunktorielle trajektische Relationen:

1. semiotisches Dualsystem

	(3.1)	(2.1)		(1.1)	(1.2)
	(2.1)	(1.1)		(1.2)	(1.3)
=	(3.2), (1.1)	(2.1), (1.1)	=	(1.1), (1.2)	(1.1), (2.3)

2. semiotisches Dualsystem

	(3.1)	(2.1)		(2.1)	(1.2)
	(2.1)	(1.2)		(1.2)	(1.3)
=	(3.2), (1.1)	(2.1), (1.2)	=	(2.1), (1.2)	(1.1), (2.3)

3. semiotisches Dualsystem

	(3.1)	(2.1)		(3.1)	(1.2)
	(2.1)	(1.3)		(1.2)	(1.3)
=	(3.2), (1.1)	(2.1), (1.3)	=	(3.1), (1.2)	(1.1), (2.3)

Wie man leicht erkennt, ist im Teilsystem der ZKln

(3.2), (1.1) (2.1), (1.1)

(3.2), (1.1) (2.1), (1.2)

(3.2), (1.1) (2.1), (1.3)

die Struktur [(3.2) ... (2.1) ...] = const.

Dual ist im Teilsystem der RThn

(1.1), (1.2) (1.1), (2.3)

(2.1), (1.2) (1.1), (2.3)

(3.1), (1.2) (1.1), (2.3)

die Struktur [... (1.2), (2.3) ...] = const.

Wir können also vereinfachen:

1. semiotisches DS = (1.1, 1.1)

2. semiotisches DS = (1.1, 1.2)

3. semiotisches DS = (1.1, 1.3).

Das Konstruktionsprinzip B für bifunktorielle trajektische semiotische Dualsysteme lautet also für

ZKl = (a.b, c.d, e.f)

×ZKl = RTh = (f.e, d.c, b.a)

B = (b.d, d.f).

Literatur

Pareigis, Bodo, Kategorien und Funktoren. Stuttgart 1969

Toth, Alfred, Verschränkter und unverschränkter Chiasmus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Symmetrische Antizipation bei trajektischen Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

30.8.2025